RISOLUZIONE ESERCIZIO DI INSIEMISTICA

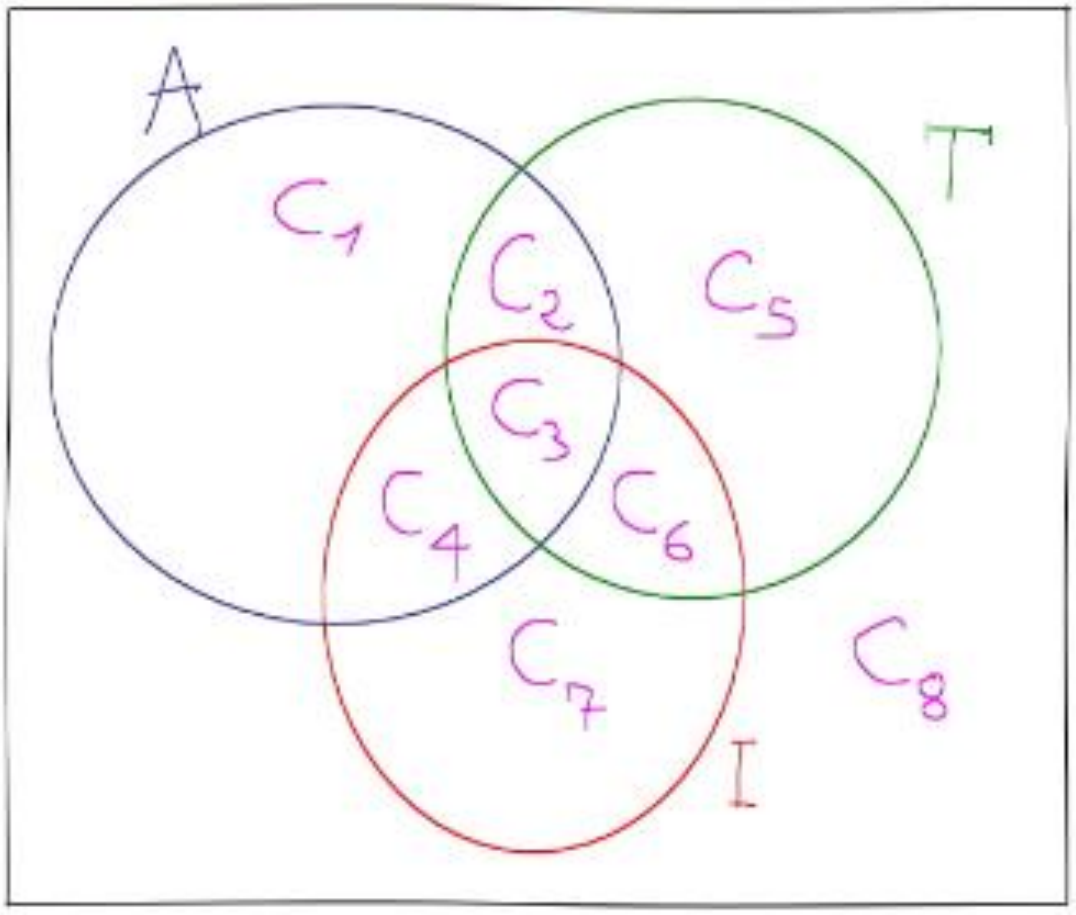
In questo documento (liberamente scaricabile) troverai la risoluzione di un esercizio svolto da me (Nicola Tarantino) di logica elementare sugli insiemi.

Da un'indagine condotta su un campione di 100 persone, per conoscere i loro gusti riguardo i mari italiani, risulta che: 27 preferiscono Adriatico e Tirreno, 12 preferiscono Adriatico e Ionio, 20 preferiscono soltanto il Mar Ionio, 52 preferiscono il Mar Adriatico, 45 preferiscono il Mar Ionio e a 7 piacciono tutti e tre i mari. Sapendo che 3 persone non hanno espresso alcuna preferenza, quanti hanno preferito soltanto il Mar Tirreno?

Indichiamo con A l'insieme delle persone che preferiscono il Mar Adriatico, con T l'insieme delle persone che preferiscono il Mar Tirreno e con I l'insieme delle persone che preferiscono il Mar Ionio. Di conseguenza A^c è l'insieme delle persone che non preferiscono il Mar Adriatico, T^c è l'insieme delle persone che non preferiscono il Mar Tirreno e I^c è l'insieme delle persone che non preferiscono il Mar Ionio. Dagli insiemi A, T, I, A^c, T^c, I^c definiamo i seguenti insiemi:

- C_1 l'insieme delle persone che preferiscono soltanto il Mar Adriatico, quindi $C_1 = A \cap T^c \cap I^c$
- C_2 l'insieme delle persone che preferiscono il Mar Adriatico e il Mar Tirreno, ma non il Mar Ionio, quindi $C_2 = A \cap T \cap I^c$
- C_3 l'insieme delle persone che preferiscono il Mar Adriatico, il Mar Tirreno e il Mar Ionio, quindi $C_3 = A \cap T \cap I$

- C_4 l'insieme delle persone che preferiscono il Mar Adriatico e il Mar Ionio, ma non il Mar Tirreno, quindi $C_4 = A \cap T^c \cap I$
- C_5 l'insieme delle persone che preferiscono soltanto il Mar Tirreno, quindi $C_5 = A^c \cap T \cap I^c$
- C_6 l'insieme delle persone che preferiscono il Mar Tirreno e il Mar Ionio, ma non il Mar Adriatico, quindi $C_6 = A^c \cap T \cap I$
- C_7 l'insieme delle persone che preferiscono soltanto il Mar Ionio, quindi $C_7 = A^c \cap T^c \cap I$
- C_8 l'insieme delle persone che non hanno espresso alcuna preferenza, quindi $C_8 = A^c \cap T^c \cap I^c$



Per determinare quante persone hanno preferito soltanto il Mar Tirreno, basta determinare la cardinalità dell'insieme C_5, la quale si trova risolvendo il sistema lineare di 8 equazioni nelle 8 incognite C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8.

$$\begin{cases} |C_1| + |C_2| + |C_3| + |C_4| + |C_5| + |C_6| + |C_7| + |C_8| = 100 \\ |C_2| + |C_3| = 27 \\ |C_3| + |C_4| = 12 \\ |C_7| = 20 \\ |C_1| + |C_2| + |C_3| + |C_4| = 52 \\ |C_3| + |C_4| + |C_6| + |C_7| = 45 \\ |C_3| = 7 \\ |C_8| = 3 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema (ad esempio per sostituzione), si ottengono le soluzioni $|C_1| = |C_2| = |C_7| = 20$, $|C_3| = 7$, $|C_4| = 5$, $|C_5| = 12$, $|C_6| = 13$, $|C_8| = 3$.
Pertanto le persone che hanno preferito soltanto il Mar Tirreno sono pari a $|C_5| = 12$.